

PERMODELAN TUMPUAN GAYA PADA BATANG DENGAN MENGGUNAKAN *INTERFACE ELEMENT*

Suryaman
Teknik Mesin, Universitas Kebangsaan
Email: suryaman0901@gmail.com

Abstrak

Pada keseharian, banyak dijumpai struktur batang, dimana tegangan yang dialaminya cenderung berbeda-beda. Batang yang dikenai beban terpusat dengan tumpuan sederhana menggunakan analitik. Sedangkan dengan bantalan yang materialnya berbeda perhitungannya menggunakan analisis nonlinier. Metode elemen hingga (finite element method) merupakan cara untuk menyelesaikan mekanika kontinum (*continuum mechanics*) dengan ketelitian yang dapat diterima para insinyur. Persoalan dengan geometri rumit dapat diselesaikan dengan metode elemen hingga. Permodelan batang dengan menggunakan elemen interface dikerjakan menggunakan software Ansys 5.4, dengan permodelan geometri bisa dihitung dan dimodelkan dengan tampilan grafik, kontur dan tabel. Hasil perhitungan numerik dan analitik dibandingkan untuk mengetahui penyimpangan tegangan dan defleksi pada batang. Batang dengan tumpuan sederhana dibandingkan dengan batang menggunakan bantalan yang berbeda-beda. Hasilnya menunjukkan terjadinya perbedaan harga yang cukup jauh. Kemudian diujicoba dengan batang yang lebih panjang dengan dimensi yang sama. Hasilnya diperoleh harga konvergen dari keseluruhan model dan perhitungan.

Kata kunci: tumpuan gaya, batang, interface element

I. PENDAHULUAN

Latar Belakang

Dalam dunia konstruksi, analisa struktur memegang peran sangat penting karena menentukan keberhasilan suatu rancangan. Aspek penting dalam analisis struktur adalah penentuan ekstensi reaksi serta deformasi akibat dari gaya atau pengaruh luar. Metode elemen hingga (FE=*finite element method*) merupakan cara yang sangat baik dalam penentuan tegangan dan defleksi dalam konstruksi yang sulit diselesaikan secara analitik. Dalam metode FE ini, konstruksi dibagi menjadi jaringan (*mesh*) yang terdiri dari elemen kecil yang dihubungkan satu sama lain pada titik nodal. Analisis elemen hingga dikembangkan dari metode matriks untuk analisis struktur, dan ditunjang oleh komputer digital yang memungkinkan diselesaikannya system dengan ratusan persamaan simultan.

Model FE harus mewakili secara tepat bagian-bagian model rancangan. Pada perhitungan numerik langkah/prosedur yang buruk menyebabkan perhitungan numerik tidak dapat diselesaikan. Perhitungan dengan perangkat lunak Ansys 5.4. bisa diterapkan untuk distribusi tegangan di sekitar bunag hanya dengan memodelkan obyek sehingga tidak diperlukan perhitungan analitik.

Batasan Masalah

Analisis dalam artikel ini membahas distribusi tegangan lentur dan defleksi yang terjadi pada batang dengan tumpuan sederhana. Pembebanan

diberikan pada struktur diasumsikan beban statis terpusat, dengan material batang dimodelkan dengan batang baja dan dianggap material isotropik. Bantalan yang berfungsi sebagai tumpuan pada batang menggunakan material yang berbeda-beda, yaitu bantalan kayu dan bantalan baja.

Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk:

- menganalisis respon tegangan lentur dan defleksi pada batang tumpuan sederhana dengan beban statis;
- menganalisis kecenderungan pada grafik pergeseran/perpindahan posisi tegangan (*displacement*) untuk batang dengan tumpuan sederhana dan batang yang diberi bantalan dengan material tumpuan berbeda.
- Membandingkan hasil perhitungan analitik dan perhitungan numerik.
- membandingkan hasil analisis batang dengan tumpuan sederhana dan batang yang diberi bantalan dengan material berupa baja dan kayu dengan analisis linier.
- menganalisis perhitungan analisis linier dan nonlinier dengan penambahan panjang batang

II. KAJIAN TEORI

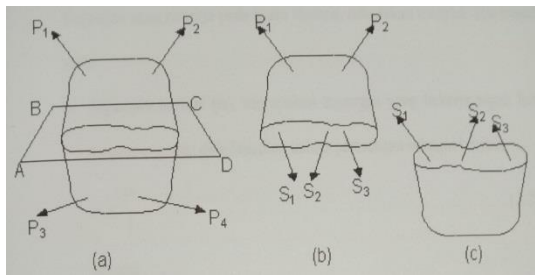
Teori Elastisitas

Kelakuan bagian struktur yang memperoleh gaya luar tidak hanya bergantung dari hukum-hukum dasar mekanika *Newton* yang mengatur

kesimbangan gaya, tetapi juga dipengaruhi oleh karakteristik fisik material bagian struktur tersebut.

Tegangan dan Regangan

Gaya yang bekerja pada luas yang kecil tak berhingga pada sebuah potongan, terdiri dari bermacam-macam besaran dan arah (gambar 2 a, b, c) gaya-gaya dalam ini merupakan penyeimbang terhadap gaya-gaya dari luar yang diberikan pada elemen tersebut dan biasanya arahnya miring terhadap bidang potongan.



Gambar 2. Pengisian gaya pada benda

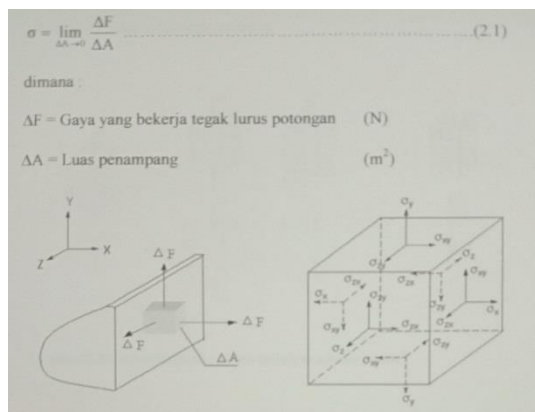
Tegangan (Stress)

Tegangan akibat beban gaya didefinisikan:

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \dots\dots\dots(1)$$

Dimana:

- σ = tegangan
- ΔF = gaya bekerja tegak lurus potongan (N)
- ΔA = luas penampang (m^2)



Gambar 3. Definisi tegangan pada elemen infinitesimal tiga dimensi

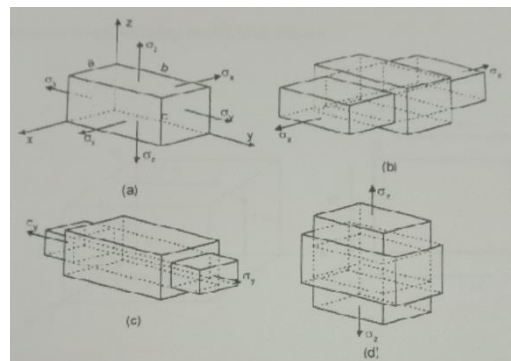
Tegangan yang bekerja pada satu elemen terdiri dari:

- Tegangan normal (σ) merupakan tegangan yang bekerja tegak lurus penampang dan dalam persamaan $\sigma = \frac{P}{A} \dots\dots\dots(2)$

Dimana:

- σ = tegangan normal
- P = gaya yang bekerja (N)
- A = luas penampang (m^2)

Tegangan normal distribusikan secara merata pada penampang A. pada umumnya gaya P merupakan resultan sejumlah gaya pada suatu sisi atau pada sisi yang lain dari potongan.



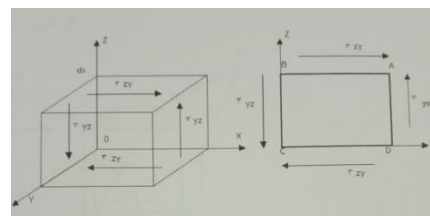
Gambar 4. Balok yang mengalami tegangan normal yang bekerja menurut arah sumbu koordinat.

- Tegangan geser (τ) merupakan tegangan yang bekerja tegak lurus penampang dan dalam persamaan $\tau = \frac{P}{A} \dots\dots\dots(3)$

Dimana:

- τ = tegangan geser
- P = gaya yang bekerja (N)
- A = luas penampang (m^2)

Tegangan geser (τ_{xy}) dan τ_{yz} dimana τ_{xy} adalah tegangan geser yang terletak pada bidang yang tegak lurus pada sumbu yang diketahui, sedangkan τ_{yz} menunjukkan arah tegangan relatif terhadap sumbu lainnya.



Gambar 5. Elemen benda yang mengalami geseran murni

Regangan (Strain)

Regangan yang dialami oleh elemen didefinisikan sebagai:

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} \dots\dots\dots(4)$$

Dimana:

Δ = pertambahan panjang (m)

L = panjang awal (m)

A = luas penampang (m²)

Regangan dibedakan menjadi dua jenis, yaitu:

- Regangan normal (ϵ), merupakan perbandingan antara pertambahan panjang dibagi panjang semula.

$$\epsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx} \dots\dots\dots(5)$$

$$\epsilon_y = \frac{\Delta dy}{dy} \dots\dots\dots(6)$$

- Regangan geser (γ) didefinisikan sebagai $\gamma = \alpha + \beta \dots\dots\dots(7)$

Dengan $\delta(dx)$ dan $\delta(dy)$ masing-masing merupakan perubahan panjang dx dan dy.

Hubungan Tegangan dan Regangan

Hukum Hooke menyatakan bahwa tegangan dan regangan normal adalah tegangan berbanding lurus dengan tegangan, dapat dinyatakan secara matematis (Patnaik,2004):

$$\sigma = E \cdot \epsilon \dots\dots\dots (8)$$

Dimana

E=modulus elastisitas bahan (N/m²)

Modulus elastisitas merupakan kekakuan terhadap beban yang diberikan kepada bahan. Nilai ϵ dalam eksperimen bernilai sangat kecil, sehingga E, bernilai sangat besar. Hukum Hooke untuk tegangan dan regangan geser dinyatakan secara matematis:

$$\tau = G \cdot \gamma \dots\dots\dots(9)$$

Dimana

G=modulus geser bahan (N/m²)

Untuk kasus dua dimensi, ada pengaruh dari Poissons ratio (ν), yang menyatakan perbandingan antara satuan kontraksi lateral dengan satuan elongasi aksial.

Pada kasus gambar 2, hubungan tegangan dan regangan ditulis sebagai berikut:

$$\sigma_x = \frac{E(\epsilon_x + \nu \epsilon_y)}{(1 - \nu^2)} \dots\dots\dots(10)$$

$$\sigma_y = \frac{E(\nu \epsilon_x + \epsilon_y)}{(1 - \nu^2)} \dots\dots\dots(11)$$

Dengan persamaan modulus geser dan Poissons ratio, berlaku persamaan (Patnaik, 2004):

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \dots\dots\dots(12)$$

Dalam bentuk matriks, tegangan-regangan untuk dua dimensi dapat ditulis dalam bentuk matriks berikut:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \begin{Bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu)/2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \dots\dots(13)$$

Hubungan Regangan dengan Perpindahan (displacement)

Hubungan regangan dengan perpindahan digambarkan dalam persamaan berikut:

$$\epsilon_x = \delta u_x / \delta x \dots\dots\dots(14)$$

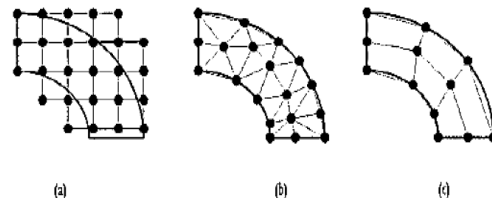
$$\epsilon_y = \delta u_y / \delta y \dots\dots\dots(15)$$

Dengan persamaan modulus geser dan Poissons ratio, berlaku persamaan:

$$\tau_{xy} = \delta u_x / \delta x + \delta u_y / \delta y \dots\dots\dots(16)$$

Konsep Dasar Metode Elemen Hingga

Metode Elemen Hingga (*finite element method*) adalah suatu cara untuk menyelesaikan mekanika kontinu (*continuum mechanics*) dengan ketelitian yang dapat diterima oleh para insinyur. Cara-cara klasik dengan persamaan diferensial partial tidak akan membawa hasil, karena beban dan geometri struktur tersebut terlalu rumit untuk dilibatkan ke dalam persamaan diferensial. Persoalan dengan geometri rumit, dapat diselesaikan dengan menggunakan metode elemen hingga.



Gambar 6. Model elemen hingga (Sumber: Isworo,2018)

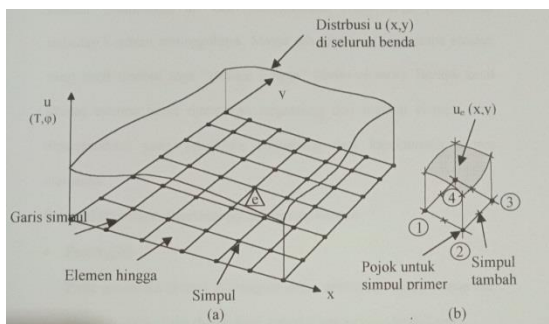
Dalam gambar 6 menunjukkan model elemen hingga. Potongan-potongan berbentuk segitiga atau segiempat tersebut sebagai elemen hingga. Titik-titik hitam pada sudut elemen disebut hingga disebut titik simpul atau nodal. Pada dasarnya suatu elemen hingga adalah kepingan

(discretization) dari suatu struktur pada gambar 6 perubahan bentuk pada gambar 11a. menjadi bentuk pada gambar 6 secara fisik dilakukan dengan cara memotong-motong dengan gergaji, sehingga kepingan-kepingan tersebut hanya saling berhubungan di titik-titik simpulnya saja. Struktur ini akan sangat lemah, dan juga akan terjadi konsentrasi tegangan di titik-titik simpul dan kemungkinan tepi batas antar elemen menjadi terbuka dan bertumpuk. Hal ini tidak terjadi pada struktur sebenarnya. Garis-garis dalam gambar 11b. hanyalah garis-garis khayal (*imajiner*), yang diperlukan untuk membuat rumusan matematik. Jadi elemen hingga ini juga merupakan kepingan khayal. Elemen-elemen ini cukup kecil sehingga medan tegangan dan perpindahannya dapat didekati.

Usaha-usaha penyelesaian persoalan mekanika kontinum sudah dimulai sejak tahun 1906, dengan cara analogi 'lattice'. Di sini kontinum didekati dengan jaringan-jaringan (*mesh*) seragam yang terdiri dari batang elastis, cara ini didasarkan atas cara analisis untuk struktur kerangka. Pada tahun 1943, seorang bernama Courant, menyarankan pendekatan interpolasi *polynomial* pada kepingan segitiga untuk memperoleh solusi *numeric*. Cara ini disebut dengan solusi Rayleigh Ritz untuk persoalan variasional. Cara ini sama dengan metode elemen hingga. Pada tahun 1953, para insinyur membuat program komputer untuk menyelesaikan persamaan kekakuan dalam bentuk matriks. Metode elemen hingga ini diterapkan juga dalam bidang perpindahan panas dalam aliran fluida, medan magnetik dan sebagainya. Dalam bidang struktur, diterapkan pada persoalan statik, dinamik, linier maupun nonlinier.

Langkah-langkah Metode Elemen Hingga

Pertama kali dengan membagi benda menjadi sejumlah elemen kecil (disebut elemen hingga), kemudian distribusi perpindahan didiskretisasi menjadi sub-sub yang bersesuaian. Langkah tersebut secara sederhana digambarkan dalam gambar 7 berikut.



Gambar 7. a. Diskretisasi benda dua dimensi
b. Distribusi u_e pada elemen umum

Langkah proses diskretisasi dan pemilihan konfigurasi elemen

Diskretisasi merupakan pembagian suatu system menjadi elemen-elemen. Diskretisasi menghasilkan harga pendekatan terhadap kondisi sebenarnya. Proses diskretisasi harus memenuhi prinsip-prinsip: pembagian (merupakan pembagian menjadi bagian-bagian yang lebih kecil); kesinambungan (*kontinuitas*) bahwa sebuah massa yang berkesinambungan terbagi atas elemen-elemen; kompatibilitas dengan konsep keterbatasan (*finiteness*) sifat dapat terbagi (*divisibility*) dan kesinambungan memungkinkan kita membagi sesuatu menjadi komponen, satuan atau unsur yang lebih kecil; konvergensi semakin banyak elemen yang dipergunakan untuk menyusun suatu massa, hasilnya akan semakin mendekati yang sebenarnya; kesalahan (penyimpangan), bahwa yang diperoleh bukan merupakan hasil eksak.

Langkah memilih model atau fungsi pendekatan

Titik nodal dipilih sebagai fungsi matematik untuk menggambarkan bentuk distribusi dari besaran yang dicari pada suatu elemen. Jika deformasi (q) sebagai besaran yang dicari, fungsi interpolasi polinom bisa dinyatakan sebagai:
 $q = f_1q_1 + f_2q_2 + f_3q_3 + \dots + f_mq_m \dots\dots\dots(17)$

Dimana
 q_1, q_2 = sebagai deformasi yg dicari
 f_1, f_2, f_3, \dots = sebagai fungsi interpolasi

Langkah menentukan hubungan tegangan-regangan

Untuk deformasi yang terjadi dalam satu arah y , regangan ϵ_y dianggap cukup kecil dan dinyatakan sebagai:
 $\epsilon_y = dv/dy \dots\dots\dots(18)$

Dimana v adalah deformasi dalam arah y . ilustrasi hukum Hooke, dapat dipakai untuk mendefinisikan regangan pada suatu massa $\sigma_y = E_y \cdot \epsilon_y$. dimana σ_y = tegangan arah vertical dan E_y modulus elastisitas.

Langkah menurunkan persamaan elemen

Tujuan penurunan persamaan elemen untuk memperoleh persamaan
 $[k]\{q\} = \{Q\} \dots\dots\dots(19)$

Dimana besaran $[k]$ adalah matriks sifat elemen, $\{q\}$ vector besaran yang tidak diketahui pada titik nodal dan $\{Q\}$ vector parameter gaya pada titik nodal elemen. Khusus untuk analisis tegangan, besaran $[k]$ berarti matriks kekakuan, $\{q\}$ vector peralihan titik nodal, dan $\{Q\}$ vector gaya pada titik nodal.

Langkah penggabungan persamaan untuk memperoleh persamaan global dan memasukkan syarat-syarat batas

Persamaan bentuk matriks yang akan diperoleh adalah

$$[k]\{r\} = \{R\} \dots\dots\dots(20)$$

Dimana besaran $[k]$ adalah matriks penggabungan, $\{r\}$ adalah vector penggabungan dari besaran yang dicari dan $\{R\}$ adalah vektor penggabungan dari beban luar. Syarat batas adalah kondisi fisik yang membatasi struktur sehingga system tersebut dapat berdiri dalam suatu ruang secara unik.

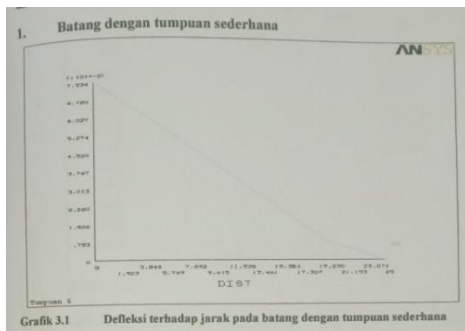
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil perhitungan analitik dengan perhitungan numerik dalam tabel berikut:

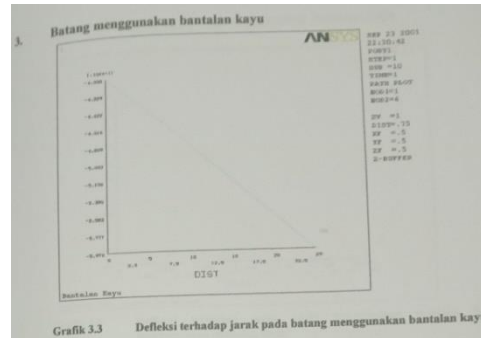
Tabel 1. Tegangan lentur dan defleksi pada tumpuan sederhana.

Metode	tegangan maks (σ_x) N/mm ²	Defleksi (δ_y) mm
Analitik	562,5	0,007212
Numeric	492,78	0,105883

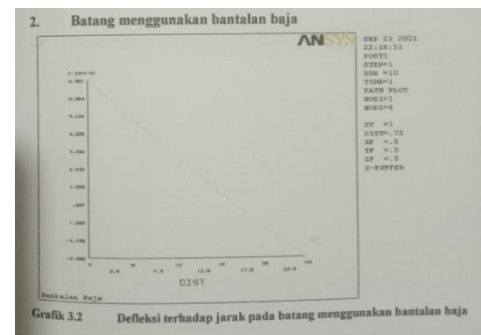
Dari tabel 1 diatas, tegangan lentur dihitung secara analitik bernilai lebih besar yaitu 562,5 N/mm². Defleksi paling besar diperoleh secara numeric, yaitu 0,106 mm. Analisis tegangan dilakukan berdasarkan hitungan numeric dilakukan terhadap batang dengan tumpuan sederhana dengan menggunakan material baja dan kayu.



Gambar 8.a. Defleksi terhadap jarak tumpuan sederhana



Gambar 8.b. Defleksi terhadap jarak Bantalan kayu



Gambar 8.c. Defleksi terhadap jarak Bantalan baja

Tabel 2. Tegangan dan defleksi pada tiap batang.

Metode	tegangan maks (σ_x) N/mm ²	tegangan min (σ_x) N/mm ²	Defleksi (δ_y) mm
Tumpuan sederhana	492,781	-685,385	0,105883
Bantalan baja	524,818	-718,06	0,128718
Bantalan kayu	753,689	-947,939	0,734144

Pada bantalan kayu memiliki tegangan maksimum terbesar senilai 753,69 N/mm². Sedangkan nilai defleksi terbesar pada bantalan kayu dengan nilai 0,734 mm.

Analisis tegangan dan defleksi dengan menambahkan panjang batang.

Permodelan dengan menambah panjang batang menjadi 450 mm, dan diberi beban di tengah sebesar 3000 N dengan gaya vertical. Karena pembebanan simetris, maka analisa hanya 1/2 panjang batang dengan kondisi batas pada jarak 225mm.

- a. Perbandingan hitungan analitik dengan numeric pada penambahan panjang batang.

Tabel 3. Tegangan lentur dan defleksi pada penambahan panjang batang.

Metode	tegangan maks (σ_x) N/mm ²	Defleksi (δ_y) mm
Analitik	4500	36,5
Numeric	4430	29,12

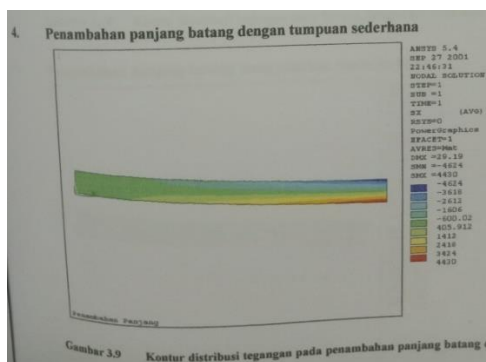
Nilai tegangan maksimum diperoleh dari perhitungan analitik sebesar 4500 N/mm², dan sedikit selisih dengan hasil hitungan numeric sebesar 4430 N/mm². Defleksi terbesar diperoleh dari perhitungan analitik senilai 36,5 mm.

- b. Perbandingan analisis linier pada batang dengan tumpuan sederhana dengan analisis nonlinier pada penambahan panjang batang dengan bantalan.

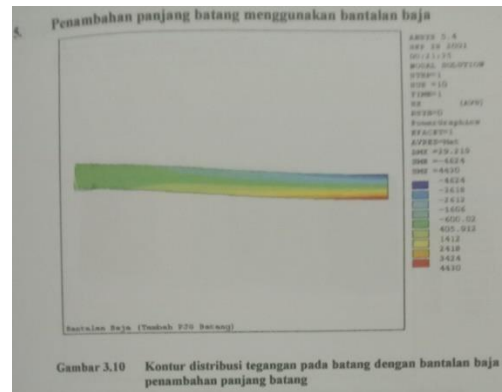
Tabel 4. Tegangan dan defleksi pada tiap batang.

Metode	tegangan maks (σ_x) N/mm ²	tegangan min (σ_x) N/mm ²	Defleksi (δ_y) mm
Tumpuan sederhana	4430	-4624	29,12
Bantalan baja	4430	-4624	29,219
Bantalan kayu	4688	-4494	32,153

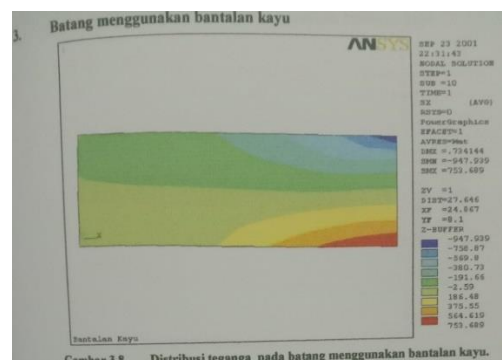
Nilai tegangan maksimum terjadi pada bantalan kayu sebesar 4688 N/mm², dan defleksi terbesar pada bantalan kayu sebesar 32,15 mm. sedangkan pada tumpuan sederhana dan bantalan baja bernilai sama, yaitu sebesar 4430 N/mm².



Gambar 9.a. Distribusi tegangan dengan penambahan panjang tumpuan sederhana



Gambar 9.b. Distribusi tegangan dengan penambahan panjang bantalan baja



Gambar 9.c. Distribusi tegangan dengan penambahan panjang bantalan kayu

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Dari analisis gambar kontur tegangan kontur defleksi dan grafik pergeseran/perpindahan posisi tegangan (displacement) bisa disimpulkan:

1. Dengan analisis perhitungan analitik dan numeric, diperoleh perbandingan tegangan lentur sekitar 12% dan defleksi sekitar 42%, dimana perhitungan analitik sebagai pembanding. Hasil perhitungan analitik dan numeric memberikan hasil tidak jauh berbeda.
2. Dari analisis sederhana (linier) dengan analisis nonlinier, diperoleh nilai tegangan tidak jauh berbeda sebesar 6% untuk batang dengan bantalan baja, dan terpaut sebesar 50% untuk bantalan kayu.
3. Dengan penambahan panjang batang, perhitungan nilai analitik dan numeric terjadi perbedaan tegangan maksimum sebesar +/- 1,5%, sedangkan perbandingan nilai defleksi sebesar +/- 1%.
4. Pada analisis linier dan nonlinier, harga tegangan memiliki nilai yang sama (selisih 0%) sebesar 4430 N/mm². Namun terjadi selisih sebesar 5%, untuk bantalan kayu

dengan tegangan maksimum sebesar 4688 N/mm².

5. Dengan penambahan panjang batang, diperoleh akurasi nilai lebih baik. Hasil perhitungan linier (batang dengan tumpuan sederhana) dan nonlinier (batang dengan bantalan baja) memiliki nilai sama.
6. Untuk bantalan pendukung, lebih baik menggunakan material yang kekakuannya lebih kecil dari batang, hal ini karena pemindahan tegangan dari batang terhadap bantalan dapat terdistribusi secara keseluruhan. Dari gambar kontur dapat dilihat bahwa, kontur defleksi batang dengan bantalan kayu defleksinya lebih besar, namun ujung batang dengan bantalan tidak terjadi pemisahan.
7. Perbandingan hasil hitungan numeric yang disederhanakan (linier) dengan numeric nonlinier, numeric nonlinier memiliki keakuratan lebih baik.
8. Dengan mengabaikan kekakuan bantalan pada model, menunjukkan error yang masih dapat diterima.

Saran

1. Untuk mendapatkan hasil perhitungan yang lebih akurat, pada saat pembuatan nodal pada model, diusahakan agar dibuat nodal sebanyak mungkin, semakin banyak nodal, tingkat akurasinya semakin baik.
2. Untuk analisis numeric dapat digunakan beberapa software, agar diperoleh hasil lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

- Ansys Rel 5.4. (1997). *Verification Manual and Theoretic Manual*.
- Isworo, Hajar. dan Ansyah, P.R. (2018). *Metode Elemen Hingga*. Prodi Teknik Mesin, Universitas Lambung Mangkurat. Banjarmasin.
- Patnaik Surya dan Hopkins Dale. (2004). *Strength of Materials*. Burlington: Elsevier.
- Timoshenko, S.P. and Goodier J.N. (1982). *Theory of Elasticity*. Third edition. New York Mc Graw Hill Book Co.
- Wicz, Zienkiwie, O.C. (1981). *The Finite Element Method*, 3 rd edition. New Delhi: Mc Graw Hill.